# Concours A2GP session 2017

**Composition : <u>Physique 6</u> (mécanique, électricité, optique)**

**Durée : 3 Heures**

*Ce sujet comporte trois parties distinctes et indépendantes que le candidat traitera séparément et rendra simultanément.*

*Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale à l'examinateur, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

*Les numéros des questions doivent être respectés.*

## <u>PREMIERE PARTIE : ELECTROCINETIQUE</u>

Cette partie comprend deux exercices indépendants I et II

**I.** On considère le réseau représenté à la **figure 1** ci-dessous. Chaque dipôle $D_i$ peut représenter soit un générateur, soit un récepteur (conducteur ohmique), soit un fil conducteur soit un interrupteur ouvert.

**1.**Déterminer les courants et les tensions inconnues. *Les résultats seront présentés dans un tableau après calculs.*

**2.**Déterminer la puissance mise en jeu par chaque dipôle (D1 à D8).

**3.**En déduire la nature de chacun d'eux.

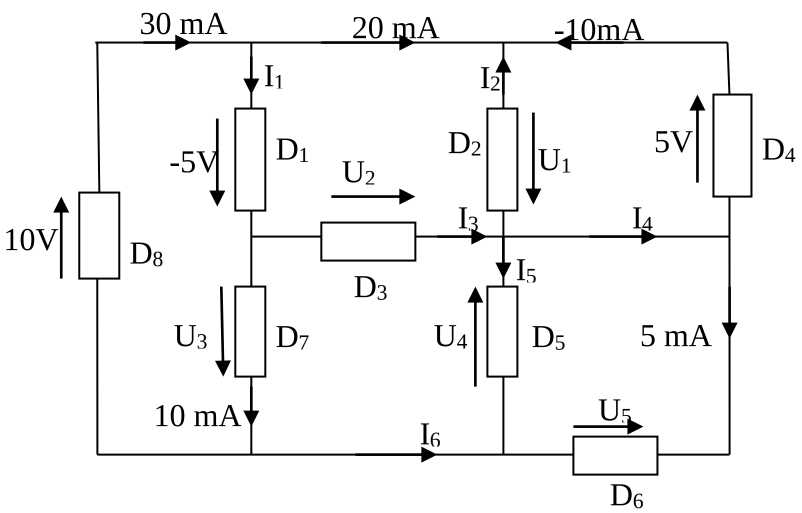



**Figure 1**

**II.** On considère le montage de la **figure 2** ci-dessous. La source de tension délivre une tension E constante pour $t \geq 0$. A l'instant $t = 0$ pris pour origine des temps, on ferme l'interrupteur ; les condensateurs étant initialement déchargés. On posera $\tau = RC$.

**1.** *Conditions initiales*

**1.1.**Déterminer $u_s(0+)$ et $i(0+)$ correspondant à la tension $u_s$ et l'intensité du courant i juste après la fermeture de l'interrupteur.

**1.2.** En déduire $\frac{du_s}{dt}(0^+)$

**2.** *Détermination de $u_s(t)$*

**2.1.** Montrer que $u_s$ satisfait à l'équation différentielle ci-dessous : $\frac{d^2u_s}{dt^2} + \frac{3}{\tau}\frac{du_s}{dt} + \frac{1}{\tau^2}u_s = 0$

**2.2.** En déduire l'expression de $u_s(t)$, on posera $\lambda = \frac{\sqrt{5}}{2\pi}$

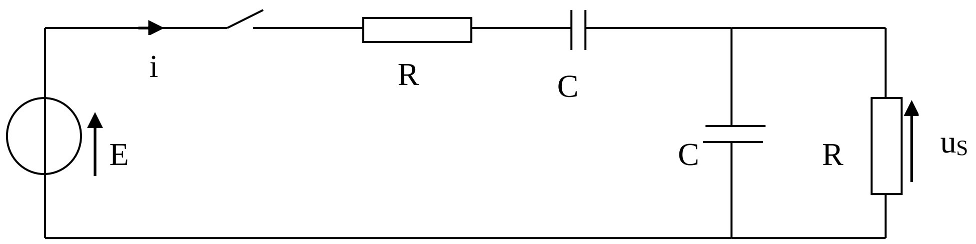



**Figure 2**

**DEUXIEME PARTIE : OPTIQUE**

On considère le système optique représenté à la **figure 3**. Ce système est constitué d'une lentille mince convergente de distance focale image $f'$ suivie d'un parallélépipède en verre d'épaisseur $h$ et d'indice $n$. L'extrémité inférieure du parallélépipède est placée à une distance $D$ de la lentille (**Fig.3**). On se place dans les conditions de stigmatisme approché. Un objet A est placé à une distance $d$ du centre $O$ de la lentille. On notera $A_1$ son image à travers la lentille seule.

**1.** On note $x_1 = \overline{OA_1}$. Exprimer $x_1$ en fonction de $d$ et $f'$.

**2.** On place A de telle sorte que $A_1$ se forme dans le parallélépipède en verre (**Fig.3**). La première face du parallélépipède constitue un dioptre plan séparant l'air ($n_1 \approx 1$) du verre ($n_2 = n$). On désigne alors par $A_2$ l'image de $A_1$ à travers ce dioptre plan.

**2. 1.** Exprimer $\overline{SA_2}$ en fonction de $\overline{SA_1}$.

**2. 2.** En déduire $\overline{OA_2}$ en fonction de $D, h, n$ et $x_1$.

**3.** On règle maintenant la position de A de telle sorte que $A_2$ se forme sur la deuxième face plane (face inférieure) du parallélépipède en verre, c'est-à-dire en M à une distance $D$ de $O$(**Fig.3**). En déduire l'indice $n$ en fonction de $D, h$ et $x_1$.

**4.** On place maintenant un miroir plan à l'extrémité du système, au point M(**Fig.4**).

**4. 1.** Où se forme $A_3$, l'image de $A_2$ à travers le miroir plan ?

**4. 2.** En déduire la position de $A'$, l'image finale de A à travers ce dispositif.

**4. 3.** Faire la construction optique correspondante en reproduisant la **figure 4**.

**5.** On remplace le parallélépipède par un liquide d'indice $n$ sur une hauteur $h$.

**5. 1.** Où se forme $A'$ ?

**5. 2.** Expliquer en quoi ce dispositif permet de mesurer l'indice du liquide.

L'objet observé est en fait étendu et de taille AB (**Fig.5**). L'objet étant réglé comme précédemment, son image $A_2B_2$ se forme donc au niveau du miroir plan (sur le plan passant par M).

**6.** On suppose que $n = \frac{3}{2}$.

**6. 1.** En déduire la position de $A_1$ par rapport à S.

**6. 2.** Sachant que $h = 3$ cm, placer $A_1$ sur la **figure 5**.

**7. 1.** Dans quel plan se forme $B_1$ ?

**7. 2.** En déduire sa position et faire, sur la figure, la construction optique correspondant à la formation de $A_1B_1$.

**7. 3.** En déduire les positions des points focaux de la lentille.

**8. 1.** Quel est le grandissement transversal d'un système optique formé par un dioptre plan ?

**8. 2.** Faire la construction optique correspondant à la formation de l'image $A_2B_2$ associé à l'objet AB. On ne s'intéressera pas ici aux rayons réfléchis par le miroir.

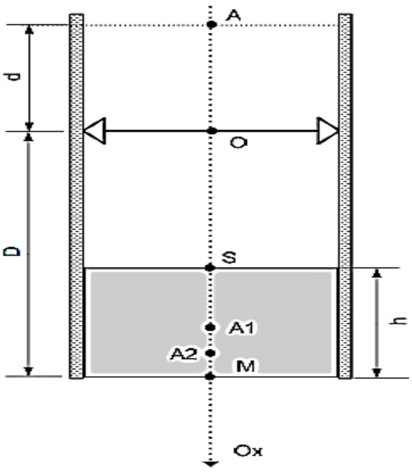



**Figure 3**

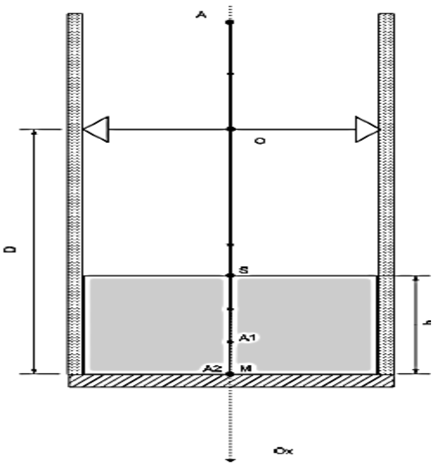



**Figure 4**

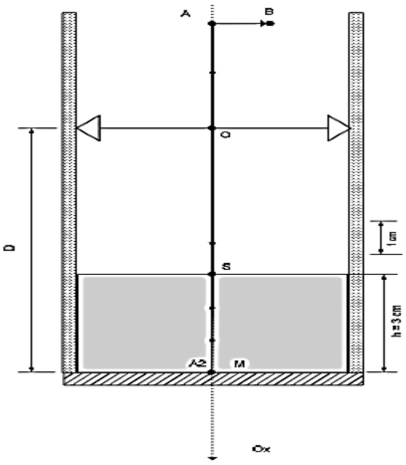



**Figure 5**

## TROISIEME PARTIE : MECANIQUE

*Cette partie comprend deux exercices notés A et B.*

### A) : oscillations mécaniques

**1.Oscillations autour d'une position**

Un point matériel M (masse m) est attaché à deux ressorts identique (raideur k, longueur $l_o$ au repos) dont les extrémités sont fixées aux points $O_1$ et A ($O_1A = 2l_o$) d'un plan incliné d'angle $\theta$ (**Fig.6**). Le point M glisse sans frottement le long du plan incliné, d'axe $O_1X_1$ .

**1. 1.** Déterminer l'abscisse $X_{1e} = \overline{O_1M_e}$ du point matériel à l'équilibre.

**1. 2**. On place l'origine O en $M_e$, et l'on pose : $X_1 - X_{1e} = X$ , X étant l'abscisse de M par rapport à l'équilibre.

**1. 2. 1.** Quelle est l'équation différentielle du second ordre satisfaite par X(t) ? on fera intervenir une pulsation propre $\omega_o$ .

**1. 2. 2.** Quelle est l'expression de $\vec{V_0}$ si l'on communique à $t = 0$, une vitesse $\overrightarrow{V_0} = V_0\vec{u}_X$ au point matériel supposé initialement en équilibre

2. **Oscillateur harmonique amorti**

On ne néglige plus le frottement fluide, exercé sur le point matériel M élastiquement lié (**Fig.6**), qui se traduit par une force $\vec{f}_d = -\alpha\vec{V}$ (coefficient positif $\alpha$).

**2. 1.** Montrer que l'équation du mouvement se met sous la forme : $\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{X} + {\omega_0}^2X = 0$ , étant l'abscisse de M par rapport à l'équilibre, et Q un facteur que l'on précisera.

**2. 2.** On considère les mêmes conditions initiales qu'en (**1.2**). Dans le cas d'un faible amortissement caractérisé par $Q \gg 1$, déterminer l'expression de X(t).

**2. 3.** Quelle est alors la relation entre le facteur Q et le décrément logarithmique $\delta$ ?

**2. 4.** On pose $X = \frac{\omega_0}{V_0}x$ et $u = \frac{t}{T_0}$ , $T_0$ étant la période propre du mouvement . Tracer l'allure du graphe de X(u), lorsque $Q = 10$, pour $0 \leq u \leq 5$ . Retrouver graphiquement la valeur de $\delta$.

### B : Vidange d'un réservoir

Un grand récipient, posé sur un plan horizontal (**Fig. 7**), contient de l'eau, de masse volumique $\mu = 1000\ \mathrm{kg.m^{-3}}$. On donne : $AB = H = 1\mathrm{m}$, $g = 10\mathrm{m.s^{-2}}$ et $P_{atm} = 1\ \mathrm{bar} = 10^5\mathrm{Pa}$.

Un trou O est percé dans la paroi supposée mince à 20 cm de la surface libre B.

**1. Questions préliminaires**

**1. 1.** On considère un fluide parfait incompressible. On suppose de plus que la seule force conservative est la force de pesanteur. Enoncer le théorème de l'énergie mécanique pour l'unité de masse de ce fluide.

**1. 2.** Qu'est-ce que la relation de Bernoulli ?

**1. 3.** Qu'appelle-t-on charge ?
**1. 4.** Si le niveau B est supposé constant, en appliquant le théorème de Bernoulli entre le point B de la surface libre et le point O,calculer la vitesse d'écoulement $v_0$ par le trou O.
**1. 5.** Quelle serait sa valeur si on remplaçait l'eau par du mercure ?
**1. 6.** On considère qu'une goutte d'eau, supposée ponctuelle, après son passage en O n'est plus soumise qu'à son poids. Calculer sa vitesse lorsqu'elle est sortie depuis 0,4s.
**2.** Quelle est la nouvelle valeur $v'_0$ de la vitesse d'écoulement en O, si une surpression de 1 kPa s'exerce à la surface de l'eau de niveau constant ?
**3.** Le récipient a une section droite $S = 20\ cm^2$ et le trou O, une section $s = 2\ mm^2$. Le niveau B de la surface libre n'est plus constant mais se déplace avec une vitesse de norme $v_B$. En appliquant le théorème de Bernoulli entre un point de la surface libre et le point O, déterminer la vitesse d'écoulement $V_0$ en O.
**4.** La hauteur $h_B$ de liquide diminue avec le temps à partir de la valeur initiale H à $t = 0$. On admettra que : $v_B \ll V_0$et $s \ll S$.
**4. 1.**Quelle est l'expression de $h_B$ en fonction du temps ?
**4. 2.** En déduire les expressions littérales de la vitesse $V_0$ d'éjection en O, du débit volumique $D_0$ à travers le trou O et du volume de liquide $\tau_0$ restant à l'instant t.
**4. 3.**Au bout de quel temps $t_0$, l'écoulement par le trou O s'arrête-t-il ?
**4. 4.**Quel volume $\tau'_0$ reste-t-il alors dans le réservoir ?

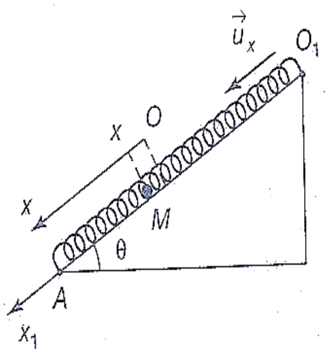



**Figure6**

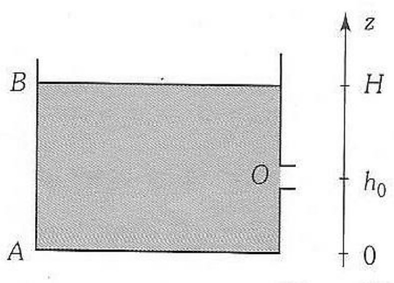



**Figure 7**

**Concours A2GP session 2017**

Composition : **Physique 6** (mécanique, électricité, optique)

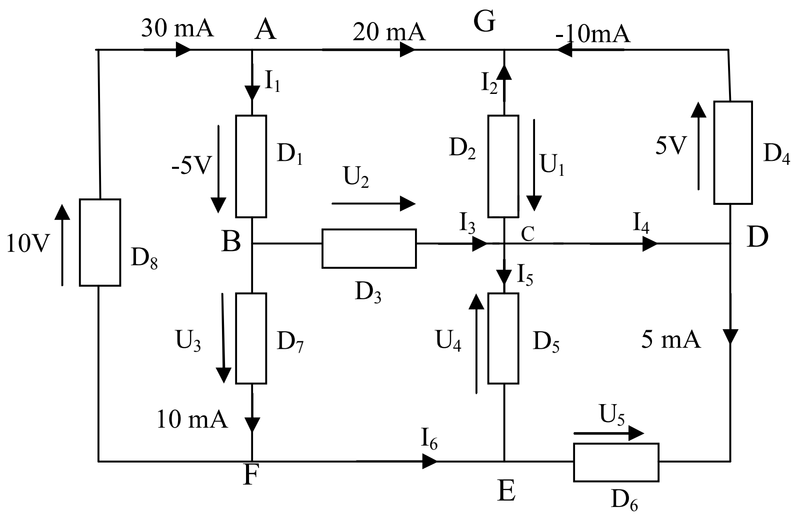
Durée : **3 Heures**

CORRECTION

**PREMIERE PARTIE : ELECTROCINETIQUE (20 points)**

**I.**. (13points)

**question 1.** Déterminer les courants et les tensions inconnues. *Les résultats seront présentés dans un tableau après calculs.*




Barème : 0,5point pour chaque valeur* 11= 5,5 points

En appliquant les lois de malles et des nœuds, on trouve en (V) pour U et en (mA) pour I :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $U_1 = -5$ | $U_2 = 0$ | $U_3 = -5$ | $U_4 = 5$ | $U_5 = 5$ | |
| $I_1 = 10$ | $I_2 = -10$ | $I_3 = 0$ | $I_4 = -5$ | $I_5 = 15$ | $I_6 = -20$ |

**Questions 2. et 3)** Puissance mise en jeu par chaque dipôle (D1 à D8) et nature des dipôles

$P_1 = U_{AB}* I_{AB} = [-(-5)]* I_1 = 5*10= 50$ mW ; $P_1>0$ donc $D_1$ est un récepteur (0,5point*2 = 1point)

$P_2 = U_{GC}* I_{GC}= (-U_1)* (-I_2)= 50$ mW $P_2>0$ donc $D_2$ est un récepteur (0,5point*2 = 1point)

$D_3$ est un interrupteur ouvert car $I_3=0$ (0,5point)

$P_4 = U_{GD}* I_{GD}= 5*[-(-10)] = 50$ mW $P_4>0$ donc $D_4$ est un récepteur (0,5point*2 = 1point)

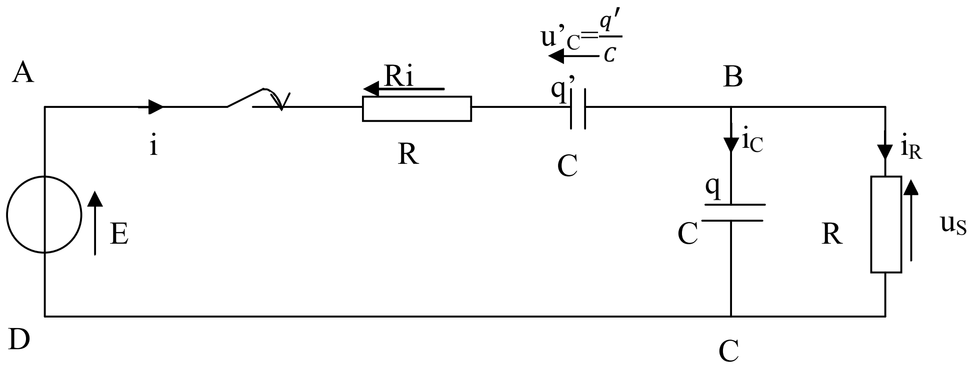
$P_5 = U_{CE}* I_{CE} = U_4*I_5 = 5*15 = 75$ mW $P_5>0$ donc $D_5$ est un récepteur (0,5point*2 = 1point)

$P_6 = U_{ED}* I_{ED} = (-U_5)*(-5)= (-5)*(-5)= 25$mW $P_6>0$ donc $D_6$ est un récepteur (0,5point*2 = 1point)

$P_7 = U_{BF}* I_{BF} = (-U_3)*(10) = (5)*10= 50$ mW $P_7>0$ donc $D_7$ est un récepteur (0,5point*2 = 1point)

$P_8 = U_{AF}* I_{AF} = 10*(-30) = -300$ mW $P_8<0$ donc $D_8$ est un générateur (0,5point*2 = 1point)

**II.** (7points)

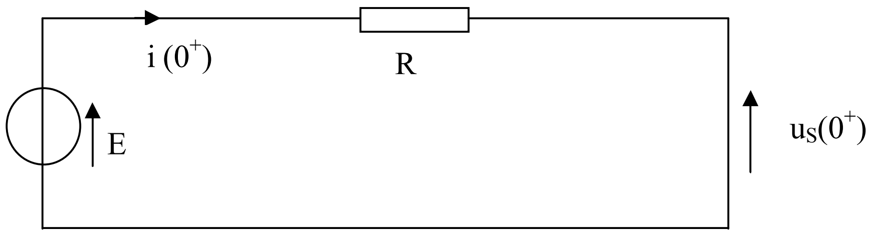



**question1.** *Conditions initiales*

**1.1.** Déterminer $u_s(0+)$ et $i(0+)$ correspondant à la tension $u_s$ et l'intensité du courant i juste après la fermeture de l'interrupteur.

*La continuité de la tension aux bornes des condensateurs permet de dire que leurs sont nulle à t=0 car ils étaient déchargés pour t<0. Ils sont donc remplacés par des fils conducteurs et la résistance montée en dérivation se trouve ainsi court-circuitée. Le circuit est alors équivalent au circuit ci-dessous :* (0,5point)

Circuit : (0,5point)




Donc : $u_s(0+) = 0$ (0,5point) et $i(0+) = \frac{E}{R}$ (0,5point)

**Question 1.2.** En déduire $\frac{du_s}{dt}(0^+)$

*La loi des nœuds appliqué au circuit général pour t≠ 0 permet d'écrire :* $i = i_C + i_R$

*avec* $i_C = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_s}{dt}$ *et* $i_R = \frac{u_s}{R}$, *on a alors :* $i = C\frac{du_s}{dt} + \frac{u_s}{R}$ *(*)*

*comme à t= $0^+$,* $u_s(0+) = 0$ *et* $i(0+) = \frac{E}{R}$ *alors selon (*) à t= $0^+$ :*

$\frac{du_s}{dt}(0^+) = \frac{E}{RC}$ (0,5point) *ou :* $\frac{du_s}{dt}(0^+) = \frac{E}{\tau}$ (0,5point)

**Question 2.** Détermination de $u_s(t)$

**Question 2.1.** Démonstration de : $\frac{d^2u_s}{dt^2} + \frac{3}{\tau}\frac{du_s}{dt} + \frac{1}{\tau^2}u_s = 0$

La maille ABCD permet d'avoir E = Ri + us + $\frac{q'}{C}$ (0,5point)

En dérivant, on a :$R\frac{di}{dt} + \frac{du_s}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq'}{dt} = 0$ soit $R\frac{di}{dt} + \frac{du_s}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$ car $\frac{dq'}{dt} = i$ (**)

En dérivant la relation (*), on a : $\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{C}\,\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u_s}}{\mathrm{dt}^2} + \frac{1}{R}\,\frac{\mathrm{du_s}}{\mathrm{dt}}$
En remplaçant dans (**)  et en tenant compte de(*),
on a : $\mathrm{R}(\mathrm{C}\,\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u_s}}{\mathrm{dt}^2} + \frac{1}{R}\,\frac{\mathrm{du_s}}{\mathrm{dt}}) + \frac{\mathrm{du_s}}{\mathrm{dt}} + \frac{1}{C}(C\,\frac{du_s}{dt} + \frac{u_s}{R}) = 0$

soit $\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u_s}}{\mathrm{dt}^2} + \frac{3}{RC}\,\frac{\mathrm{du_s}}{\mathrm{dt}} + \frac{1}{(RC)^2}\mathrm{u_s} = 0$ (0,5point) ou $\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u_s}}{\mathrm{dt}^2} + \frac{3}{\tau}\frac{\mathrm{du_s}}{\mathrm{dt}} + \frac{1}{\tau^2}\mathrm{u_s} = 0$ (***)

**2.2.** En déduire l'expression de $u_s(t)$, on posera $\lambda = \frac{\sqrt{5}}{2\tau}$

Equation caractéristique : $r^2 + \frac{3}{\tau}r + \frac{1}{\tau^2} = 0$ (0,5point)
Discriminant réduit $\Delta' = \frac{9}{4\tau^2} - \frac{1}{\tau^2} = (\frac{\sqrt{5}}{2\tau})^2 = \lambda^2 > 0 \rightarrow$ 2 solutions réelles :

$r_1 = \frac{-3}{2\tau} + \lambda$ (0,5point) et $r_2 = \frac{-3}{2\tau} - \lambda$ (0,5point)

$\mathrm{u_s}$ (t) vaut: $\mathrm{u_s}(\mathrm{t}) = \mathrm{A}e^{r_1 t} + \mathrm{B}e^{r_2 t}$(0,5point)

Comme $u_s(0+) = 0$ et $\frac{du_s}{dt}(0^+) = \frac{E}{\tau}$ on trouve $A = -B = \frac{E}{2\tau\lambda}$(0,5point )

d'où $\mathrm{u_s}(\mathrm{t}) = \frac{E}{2\tau\lambda}(e^{r_1 t}\ \ e^{r_2 t})$

soit $\mathrm{u_s}(\mathrm{t}) = \frac{E}{2\tau\lambda}e^{\frac{-3}{2\tau}t}(e^{\lambda t} - e^{-\lambda t})$

ou $\mathrm{u_s}(\mathrm{t}) = \frac{E}{\sqrt{5}}e^{\frac{-3}{2\tau}t}(e^{\lambda t} - e^{-\lambda t})$ (0,5point)

ou $\mathrm{u_s}(\mathrm{t}) = \frac{2E}{\sqrt{5}}e^{\frac{-3}{2\tau}t}(\frac{e^{\lambda t} - e^{-\lambda t}}{2})$

ou $\mathrm{u_s}(\mathrm{t}) = \frac{2E}{\sqrt{5}}e^{\frac{-3}{2\tau}t}.\mathrm{sh}(\lambda t)$

**CORRECTION OPTIQUE (17 pts)**

1) Appliquons la formule de conjugaison avec origine au centre optique O de la lentille :

$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ **(1 pts)** => $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'}$ . **(0,5 pts)**

Finalement : $x_1 = \frac{df'}{d-f'}$ . **(0,5 pts)**

2. 1) La relation de conjugaison du dioptre plan donne : $\frac{1}{\overline{SA_1}} = \frac{n}{\overline{SA_2}}$ **(1 pts)** =>

$\overline{SA_2} = n\overline{SA_1}$. **(0,5 pts)**

2. 2) D'après la question précédente, on a : $\overline{SA_2} = n\overline{SA_1}$.

Introduisons le point O : $\overline{SO} + \overline{OA_2} = n\overline{SO} + n\overline{OA_1}$ => $\overline{OA_2} = (1-n)\overline{OS} + nx_1$ **(0,5 pts)**. On obtient finalement : $\overline{OA_2} = (1-n)(D-h) + nx_1$. **(0,5 pts)**

3) On règle $x_1$ tel que $\overline{OA_2} = \overline{OM} = D$ **(0, 5 pts)** => $D = (1-n)(D-h) + nx_1$. **(0,5 pts)**

Finalement : $n = \frac{h}{x_1+h-D}$ **(0,5 pts)**.

4. 1) $A_3$ est le symétrique orthogonal de $A_2$ par rapport au miroir **(0,5 pts)**. $A_3$ est donc confondu avec $A_2$. **(0,5 pts)**

4. 2) $A_2$ est l'image de A à travers le système, en vertu du principe du retour inverse de la lumière, $A_3$ a pour image A. **(1 pts)**

4. 3) Les rayons sont réfléchis en $A_2$ et retournent donc au point A (voir figure 3). **(2 pts)**

5. 1) Le liquide a le même indice n et hauteur h que le parallélépipède. L'image finale A' se forme de la même façon en A. **(1,5 pts)**

5. 2) L'image finale A' se forme en A lorsque $A_2$ se forme en M V. Dans ces conditions l'indice n du milieu est donné par la relation trouvée à la question 3 et dépend de $x_1$ (d) et de h **(1 pts)**. La mesure de d et h fournit donc n. **(0,5 pts)**

6. 1) On a : $\overline{SA_2} = \frac{3}{2}\overline{SA_1}$ . Or $\overline{SA_2} = \overline{SM} = 3$ cm, on obtient donc $\overline{SA_1} = 2$ cm. **(0,5 pts)**

6. 2) Voir figure 4. **(1 pts)**

7. 1) $B_1$ se forme dans le plan orthogonal à l'axe optique de la lentille et passant par $A_1$. **(0,5 pts)**

7. 2) Voir figure 4. **(1 pts)**

8. 1) Le grandissement transversal d'un dioptre plan est 1. **(0,5 pts)**

8. 2) Voir figure 4. **(0,5 pts)**

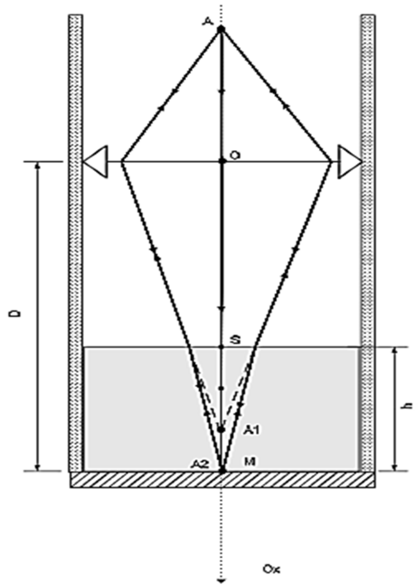



**Figure 3**

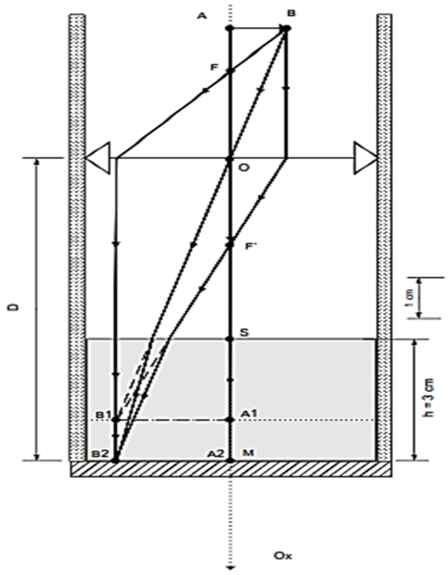



**Figure 4**

**CORRECTION MECANIQUE PARTIE B (15 PTS)**

1.1. Pour un fluide parfait incompressible le théorème de l'énergie mécanique pour l'unité de masse s'énonce comme suit : $\left(\frac{v_s^2}{2}+gz_s+\frac{P_s}{\rho}\right)-\left(\frac{v_e^2}{2}+gz_e+\frac{P_e}{\rho}\right)=w'$. **(0,5 pts)**

1.2. La relation de Bernoulli est l'application du bilan d'énergie précédente en écoulement permanent et isotherme : $\left(\frac{v_A^2}{2}+gz_A+\frac{P_A}{\rho}\right)=\left(\frac{v_B^2}{2}+gz_B+\frac{P_B}{\rho}\right)$. **(0,5 pts)**

1.3. La charge est la quantité : $C=\rho\frac{v^2}{2}+\rho gz+P$. Elle est exprimée en Pascal (Pa). **(0,5 pts)**

1.4. La relation de Bernoulli appliquée entre un point B de la surface libre et le trou O donne, en désignant par $P_0$ la pression atmosphérique et par $v_B$ la vitesse de la surface libre :

$P_0+\mu gH+\frac{1}{2}\mu v_B^2=P_0+\mu gh_0+\frac{1}{2}\mu v_0^2$. **(0,5 pts)**

En fait, le niveau B étant supposé constant, $v_B=0$. On en déduit, sachant que $H-h_0=20$ cm,

$v_0=\sqrt{2g(H-h_0)}$ (formule de Toricelli) **(0,5 pts)**, soit $v_0=2\ \mathrm{m.s^{-1}}$. **(0,5 pts)**

1.5. $v_0$ étant indépendant de la masse volumique du fluide, la valeur reste la même si l'eau est remplacée par du mercure. **(0,5 pts)**

1.6. La goutte d'eau peut être assimilée à un point matériel de masse m en chute libre avec une vitesse initiale $v_0$ et soumis à la seule action de son poids. Le principe fondamental de la dynamique s'écrit : $m\vec{g}=m\vec{a}$ ou $\vec{g}=\vec{a}$. **(0,5 pts)**

En projection sur les deux axes (Ox) et (Oz) :

Sur (Ox) :$a_x=0 \Rightarrow v_x=cte=v_0$ **(0,5 pts)** et sur (Ox) :$a_z=-g \Rightarrow v_z=-gt$ ; **(0,5 pts)**

On en déduit : $v=\sqrt{v_x^2+v_z^2} \Rightarrow v=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$, **(0,5 pts)** soit :$v=4{,}47\mathrm{m.s^{-1}}$. **(0,5 pts)**

2. Soit $\Delta P=1$ kPa la surpression à la surface libre de l'eau, la relation de Bernoulli s'écrit maintenant :

$P_0+\Delta P+\mu gH+\frac{1}{2}\mu v_B^2=P_0+\mu gh_0+\frac{1}{2}\mu v'^2_0$ **(0,5 pts)** et la surface libre de l'eau étant toujours de niveau constant $v_B=0$, d'où : $v'_0=\sqrt{2g(H-h_0)+\frac{2\Delta P}{\mu}}$. **(0,5 pts)** L'application numérique donne :

$v'_0=2{,}45\ \mathrm{m.s^{-1}}$. **(0,5 pts)**

3. La relation de Bernoulli avec $h_B$ l'ordonnée du point B variable et la vitesse $v_B\neq 0$ s'écrit :

$P_0+\mu gh_B+\frac{1}{2}\mu v_B^2=P_0+\mu gh_0+\frac{1}{2}\mu V_0^2$. **(0,5 pts)**

La conservation du débit volumique (fluide incompressible) entre B et O donne : $D_V=Sv_B=sV_0$.**(0,5 pts)**

$\Rightarrow\ v_B=\frac{s}{S}V_0$. **(0,5 pts)** D'où $\mu gh_B+\frac{1}{2}\mu(\frac{s}{S}V_0)^2=P_0+\mu gh_0+\frac{1}{2}\mu V_0^2 \Rightarrow\ V_0=\sqrt{\frac{2g(h_B(t)-h_0)}{1-\frac{s^2}{S^2}}}$. **(0,5 pts)**

4.1. $h_B$ étant variable et diminuant : $v_B = \frac{s}{S}V_0 = -\frac{dh_B}{dt}$ . **(0,5 pts)**

En tenant compte de $s \ll S \Rightarrow \frac{s^2}{S^2} \ll 1$, l'expression de la question 3 dévient :

$-\frac{S}{s}\frac{dh_B}{dt} = \sqrt{2g(h_B(t) - h_0)}$ **(0,5 pts)** => $\int_H^{h_B} \frac{dh_B}{\sqrt{(h_B(t)-h_0)}} = -\frac{s}{S}\sqrt{2g}\int_0^t dt$,

soit : $2[\sqrt{(h_B(t) - h_0)}]_H^{h_B} = -\frac{s}{S}\sqrt{2g}t$ **(0,5 pts)**. Finalement : $h_B = h_0 + \left[\sqrt{H - h_0} - \frac{s}{2S}\sqrt{2g}t\right]^2$. **(0,5 pts)**

**Remarque** : Cette expression est limitée à $h_B = h_0$, soit : $t \leq \frac{2S}{s}\sqrt{\frac{H-h_0}{2g}}$ .

4.2. D'après ce qui précède et tenant compte de $\frac{s^2}{S^2} \ll 1$, il vient : $V_0 = \sqrt{2g}[\sqrt{H - h_0} - \frac{s}{2S}\sqrt{2g}t]$. **(0,5 pts)**

$D_0 = sV_0 = s\sqrt{2g}[\sqrt{H - h_0} - \frac{s}{2S}\sqrt{2g}t]$ **(0,5 pts)** et $\tau_0 = Sh_B = S(h_0 + \left[\sqrt{H - h_0} - \frac{s}{2S}\sqrt{2g}t\right]^2)$. **(0,5 pts)**

4.3. L'écoulement s'arrêt quand $V_0 = 0$ et $h_B = h_0$, soit $t_0 = \frac{2S}{s}\sqrt{\frac{H-h_0}{2g}}$ , **(0,5 pts)** soit : $t_0 = 200\text{ s} =$ 3 min 20 s. **(0,5 pts)**

$\tau'_0 = Sh_0$, **(0,5 pts)** soit $\tau'_0 = 16.10^{-4}\text{ m}^3 = 1{,}6\text{ L}$. **(0,5 pts)**